

UNA EXPLICACIÓN FENOMENOLÓGICA DE LAS CURVAS FICKIANAS DE TRAZADORES CONSERVATIVOS EN FLUJOS NATURALES Y SU MEDICIÓN MODERNA

Constain, Alfredo
Amazonas Technologies S.A., Parquesoft
Departamento de Investigación y Desarrollo
Cali, Colombia

alfredo.constain@gmail.com

Resumen— Pese a ser un fenómeno complejo, el transporte conservativo de masa en flujos naturales, en lo fundamental, ya ha sido adecuadamente definido por la ecuación diferencial básica de balance de masa y su solución (Taylor y Fick). Sin embargo, su interpretación y comprensión sigue siendo difícil hoy por cuanto no es común encontrar un análisis simple que se aparte de las dificultades matemáticas involucradas.

Es interesante entonces tratar de detallar fenomenológicamente este proceso físico tan importante en el actual arsenal de métodos de estudio de la calidad del agua. Enseguida se revisan las tendencias modernas en cuanto a los métodos de medición con trazadores, sus limitaciones y sus perspectivas.

Palabras clave— estudios de calidad de aguas, principios del transporte de masa en fluidos, teoría de trazadores

Abstract – Although being a complex phenomenon, mass transport in natural flows, in its basics, already has been properly defined by mass balance differential equation and its solution (Taylor & Fick). However its interpretation and understanding are still difficult today because it is not common to find a simple analysis that does not follow the involved mathematical difficulties.

It is interesting then trying to explain this physical process in a phenomenological way due to its importance in today's method arsenal of water quality studies.

Following it is reviewed modern trends on measurement methods using tracers, its limitations and its perspectives.

Key words – quality water studies, mass transport in flows principles, tracer theories

I. INTRODUCCIÓN

La comprensión del fenómeno asociado al transporte de masa en los flujos naturales es un tema que recibe creciente interés, ya que los modelos de calidad del agua dependen de la precisión con la cual se describa la dinámica de los solutos en el volumen móvil que se estudia. Un problema inicial subsiste, sin embargo, cuando se trata de entender cabalmente este proceso, consistente en la naturaleza altamente matemática de las explicaciones que usualmente se encuentran en los textos especializados. Es interesante entonces tratar de dar una pintura intuitiva, más bien dentro del concepto fenomenológico, tal y como se pretende en este corto artículo, siguiendo algunas guías dadas en el pasado [1] [2], [3], [4] que permiten explicar de manera profunda la validez de las ecuaciones diferenciales que guían el fenómeno y sus soluciones, en el caso más simple.

Para esto es útil definir una descripción simplificada de un elemento de volumen elemental de soluto —o trazador— (punteado rojo) evolucionando en un flujo turbulento, sujeto a un campo de velocidad como en la Figura 1.

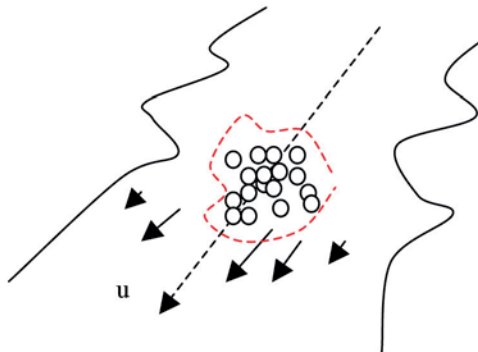


Figura 1. Dispersión como efecto de difusión en un Campo de velocidad

Si todas las moléculas de soluto —o trazador— llevaran la misma velocidad representativa, u del flujo (en módulo y dirección), la aplicación del principio de conservación sobre los límites del elemento, en una dimensión será:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Aquí c es la concentración del soluto en el elemento. Este es el movimiento *advectivo* del soluto pero en realidad no todas las moléculas viajan con la misma velocidad (en dirección y módulo) y hay que definir un nuevo tipo de movimiento denominado *difusivo*, de origen térmico, según la siguiente ecuación de conservación ampliada, en una dimensión.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2)$$

Esta ecuación se puede ampliar a dos dimensiones de la siguiente manera:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_m \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_m \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (3)$$

Nótese que no aparece ninguna velocidad promedio en el eje y el movimiento ordenado (macroscópico) es solo en el eje longitudinal. Hay sin embargo un componente de movimiento en el eje transversal debido a la difusión (movimiento desordenado) en ese eje.

Un siguiente paso es considerar un factor de movimiento desordenado diferente a la agitación térmica: *la turbulencia*. Esta fuente de fuerte movimiento heterogéneo del fluido (y del soluto) se origina en la ruptura de las condiciones termodinámicas del equilibrio en el volumen.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = (D_m + \varepsilon_x) \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + (D_m + \varepsilon_y) \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (4)$$

Aquí ε_x y ε_y son los coeficientes que representan la escala de dicha turbulencia en los dos ejes. Ahora, si se quiere representar solo los valores promedios en el tiempo (y no las fluctuaciones asociadas a los valores instantáneos) se debe escribir la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = (D_m + \varepsilon_x) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + (D_m + \varepsilon_y) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial y^2} \quad (5)$$

El siguiente cálculo útil del fenómeno de transporte es establecer el promedio espacial sobre un plano móvil que se mueve con la velocidad media sobre el centro de masa del elemento de volumen de trazador (Figura 2).

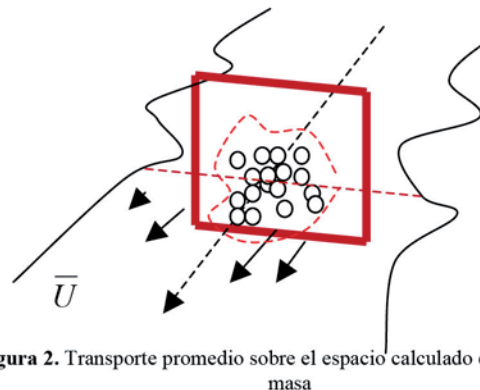


Figura 2. Transporte promedio sobre el espacio calculado en el centro de masa

La ecuación (5) que está promediada en el tiempo se convierte en la siguiente, con C y U promedios en el espacio (sobre el plano móvil sobre el centro de masa del volumen de soluto).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (6)$$

El término no advectivo en el miembro derecho de la ecuación (6) merece una explicación detallada pues no corresponde simplemente a la “extensión espacial” de los coeficientes térmicos y turbulentos de la ecuación anterior (5). Ella incluye un nuevo efecto de transporte desordenado llamado “dispersivo”, que aparece por las fluctuaciones de velocidad sobre el plano móvil, debido a la colocación aleatoria de las moléculas de soluto sobre el campo de velocidad. Por esta razón este parámetro E se le llama “Coeficiente Longitudinal de dispersión”, ya que es el efecto predominante aunque también haya difusión térmica y turbulenta. Esta ecuación mono-dimensional básica del balance de masa sin fuentes ni sumideros (conservativa) es llamada “Ley de Taylor”.

En su trabajo célebre sobre el movimiento Browniano de 1905, A. Einstein describió completamente la solución a la ecuación básica de balance de masa siguiendo los esquemas previos de A. Fick (sin advección). Después fue ampliada al caso de los flujos con transporte (ecuación diferencial de Taylor) con advección, de acuerdo con la solución siguiente (que por esta razón es denominada “Fickiana”):

$$C(X,t) = \frac{M}{S\sqrt{4\pi Et}} e^{-\frac{(X-Ut)^2}{4Et}} \quad (7)$$

En la que M es la masa del soluto —o trazador— y S es la sección del plano transversal del volumen móvil considerado avanzando en el flujo con U .

II. LA NATURALEZA DE LA ECUACIÓN DE TAYLOR Y SU SOLUCIÓN FICKIANA

La ecuación diferencial del transporte conservativo de masa en flujos turbulentos (Taylor) es bien conocida en la física matemática por tener solución analítica exacta (Fick). Se diferencia en esto de otras ecuaciones diferenciales no lineales de la hidrodinámica como la ecuación de Navier-Stokes, que no posee solución general conocida y que por lo tanto debe ser tratada con métodos numéricos para obtener soluciones parciales simples. Hay sin embargo un problema fundamental adicional muy diferente, asociado a la aplicación práctica de la ecuación de Taylor que lleva a que, teniendo una solución analítica exacta (Fick) deba ser solucionada con métodos estadísticos.

Este problema deviene del hecho de que las curvas Fickianas teóricas no concuerdan con las curvas experimentales (reales), en especial por el grado de asimetría y la “altura” de la curva de concentración [5]. Este problema ha llevado a múltiples interpretaciones y proposición de numerosos métodos, la mayoría con evidentes problemas debido a la complejidad matemática y a la relativa poca repetibilidad de un caso a otro. Con la introducción de métodos probabilísticos de ajuste, como por ejemplo el esquema de la teoría de juegos (Montecarlo), se ha logrado un procedimiento corriente relativamente satisfactorio (Figura 3).

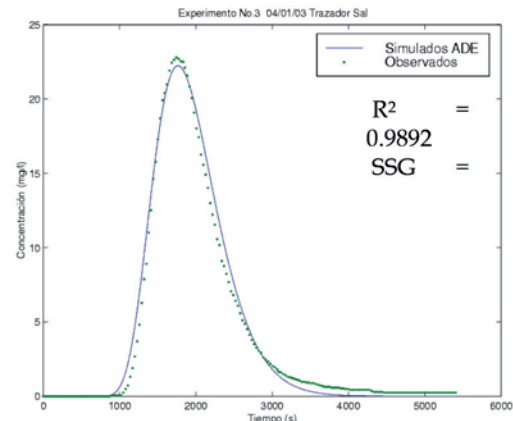


Figura 3. Modelación Fickiana mediante método probabilístico de Montecarlo

En esta modelación [6], utilizando sal común como trazador, los puntos discretos son los datos experimentales mientras que la curva continua es la resultante del método numérico aplicado.

III. UN ENFOQUE ALTERNO PARA LA DINÁMICA DE LAS CURVAS DE TRAZADOR

Aunque los resultados de la aplicación de métodos numéricos como los de Montecarlo (Figura 3) son satisfactorios desde el punto de vista de la coincidencia del modelo y del experimento, no lo son tanto desde el punto de vista de la explicación coherente del fenómeno con base en principios físicos generales. En efecto, la aplicación de los solos métodos matemáticos (sin base fenomenológica) restringe grandemente el alcance explicativo del procedimiento y su capacidad predictiva, siendo válido en ciertos casos y debiendo modificarse los parámetros para otros casos.

En Colombia, el grupo de investigación de la empresa Amazonas Technologies ha propuesto un modelo explicativo diferente para el fenómeno de dispersión en flujos naturales, que permite una coincidencia satisfactoria entre modelo y experimento [7]. Al estar basado este modelo sobre el efecto básico de la aparición de la dispersión con base en una distribución aleatoria de las moléculas de trazador por medio de la difusión transversal, se llega a una explicación coherente de las verdaderas gráficas experimentales ligadas con la ley de Fick.

En efecto, la no correspondencia entre modelo y experimento aplicando la ecuación original de Fick (7) se explica en razón de que en realidad en el flujo natural el transporte no advectivo (difusivo-dispersivo) ocurre en realidad en dos coordenadas (ejes longitudinal y transversal) y no en un solo eje (longitudinal) como es la descripción de la ecuación Fickiana (Figura 4).

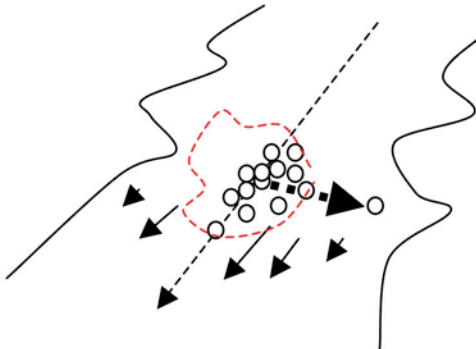


Figura 4. Movimiento difusivo-dispersivo en dos ejes

La solución para acoplar esta situación anómala es definir un coeficiente longitudinal de dispersión, E , como función del tiempo. De esta forma, la ecuación mono-dimensional (7) puede representar apropiadamente un movimiento bi-dimensional. Acudiendo a la modificación de la ecuación de Fick, ésta puede representar apropiadamente las curvas experimentales reales sin tener que utilizar ayudas probabilísticas con métodos numéricos. Se muestra en la Figura 5, la Figura 3 modelada con este nuevo procedimiento.

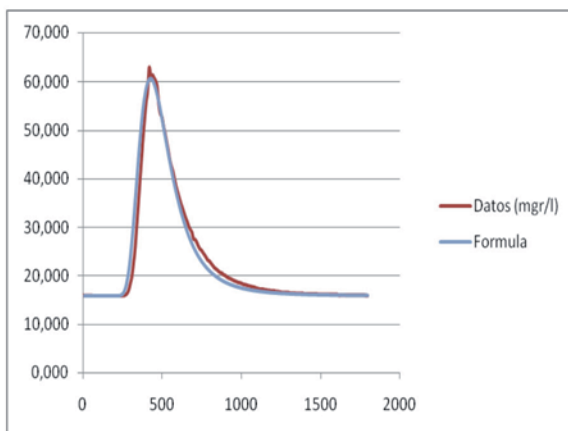


Figura 5. Modelación de la curva de la Figura 3 mediante la ecuación de Fick con $E(t)$

IV. APLICACIÓN PRÁCTICA DE SISTEMAS DE MEDICIÓN DE TRAZADORES MODERNOS

Con base en los desarrollos teóricos explicados en el Apartado III se ha diseñado el sistema denominado INIRIDA DEEP FLOW (IDF), que permite una caracterización numérica apropiada de las ecuaciones (6) y (7); utilizando en este caso el coeficiente longitudinal de dispersión, $E(t)$ como una función del tiempo.

El uso de trazadores es importante cuando se trata de poner en evidencia los diversos efectos de movimiento y mezcla del fluido, ya que siendo estas sustancias de naturaleza inerte y de comportamiento muy parecido al del agua, pueden detectarse de manera fácil y representar entonces la curva Fickiana experimental para de allí extraer la información hidrodinámica y de transporte que interesa [8].

Este equipo trabaja analizando la hidrodinámica y el transporte de masa de los flujos considerados en “tiempo-real” y “en el sitio” utilizando simultáneamente dos tipos de trazador: sal común y Rodamina WT. Estas especificaciones, unidas a la gran precisión de los resultados obtenidos, lo convierten en un sistema muy avanzado de análisis de parámetros de calidad de aguas. Este sistema ha sido utilizado en mediciones críticas como por ejemplo: lagunas de estabilización, tanques de plantas de tratamiento de aguas residuales y cauces cuyas características son muy difíciles de manejar por métodos convencionales.

La disposición básica de este equipo consiste en un sensor (conductividad y/o fluorescencia), una interfaz análogo-digital y una PDA conteniendo el software. Este programa es gráfico, muy amigable y está orientado a un diálogo interactivo con el usuario. Esta herramienta permite guardar en su memoria numerosos aforos, dando una gran portabilidad a los estudios modernos de calidad de agua.





Figura 6. Diversos aspectos del equipo IDF y de su utilización práctica en cauces colombianos

REFERENCIAS

- [1] R. French. *Open Channel hydraulics*. Mc Graw-Hill, USA, 1968.
- [2] E.R. Holley. "Unified view of diffusion and dispersion" . Journal of Hydraulic division of ASCE. March 1969. 621-631. 1961
- [3] Einstein A. *Investigations on the Brownian movemet*. Dover, USA, 1952
- [4] H.B. Fischer. "Longitudinal dispersion in laboratory and natural streams". Keck Lab. CALTECH. 1966
- [5] H.E. Jobson. "Predictions of travel time and dispersion in streams and rivers" USGS 96-4013. 1996.
- [6] J. Holguín. Determinación de la tasa de reaireación en un río de montaña colombiano mediante el uso de trazadores. Tesis de grado para optar al título de Magíster en Ingeniería Civil énfasis Ambiental. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.
- [7] A.Constain, J.Carvajal. A. Carvajal. "A non uniform flow velocity equation applied to natural streams" River Flow 2002. Belgium, 2002.
- [8] Fomipyme, Reporte Final Tecnología IDF- Amazonas Technologies, Cali-2007.